02

Lógica proposicional:
Tabela verdade▪

Número Imaginário

numeroimaginario
.com
.br

Função verdade e Tabela verdade da Negação

A negação de uma proposição A é denotada por $(\neg A)$.

- Se A é verdadeira, então sua negação é falsa.
- Se A é falsa, sua negação é verdadeira.

$\boldsymbol{p}$	$\neg \boldsymbol{p}$
V	F
F	V

Função verdade e Tabela verdade da Negação

A tabela verdade do conectivo $\neg$ representa uma função de uma variável , que chamaremos de função verdade:

$$f_{\neg}\colon \{V, F\} \longrightarrow \{V, F\},$$

definida por

$$f_{\neg}(V) = F$$
$$f_{\neg}(F) = V$$

Função verdade e Tabela verdade da *conjunção*

O valor verdade assumido pela conjunção $(p \& q)$ depende dos valores verdade de p e de q:

$\boldsymbol{p}$	$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{p \& q}$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Função verdade e Tabela verdade da *conjunção*

Aqui temos uma função verdade $f_{\&}$ de duas variáveis

$$f_{\&}: \{V, F\} \times \{V, F\} \longrightarrow \{V, F\},$$

Definida por:

$$f_{\&}(V, V) = V,$$
$$f_{\&}(V, F) = f_{\&}(F, V) = f_{\&}(F, F) = F$$

Função verdade e Tabela verdade da *disjunção*

Há dois sentidos em que podemos utilizar uma disjunção $(p \vee q)$:

- Inclusivo: significa que pode ocorrer p ou q ou ambos.
- Exclusivo: significa que pode ocorrer p ou q mas não ambos.

Utilizaremos o primeiro significado.

Função verdade e Tabela verdade da *disjunção*

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Função verdade e Tabela verdade da *disjunção*

Aqui temos uma função verdade $f_\vee$ de duas variáveis

$$f_\vee : \{V, F\} \times \{V, F\} \longrightarrow \{V, F\},$$

Definida por:

$$f_\vee(F, F) = F,$$
$$f_\vee(V, V) = f_\vee(V, F) = f_\vee(F, V) = V$$

Tabela verdade da *condicional*

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Função verdade e Tabela verdade da *condicional*

Observações:

- Sempre que o antecedente é falso, a condicional é verdadeira.

Ex.: “Se 2+2=5 então a lua é feita de queijo” é uma proposição verdadeira.

Essa característica aparece na matemática, por exemplo, nas provas por vacuidade.

Ex: $x \in \emptyset \rightarrow x \in A$.

Como $x \in \emptyset$ é falso, então a condicional é verdadeira. Logo, $\emptyset \subseteq A$.

Tabela verdade da *bicondicional*

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Observações

Os conectivos determinam funções verdade. As tabelas verdade são representações das funções verdade, digamos assim.

Usando as tabelas verdade dos conectivos, podemos encontrar a tabela verdade (e, portanto, a função verdade) de qualquer fórmula da lógica proposicional.

Assim, cada fórmula dará origem a uma função verdade, cujo número de argumentos é igual ao número de variáveis proposicionais que ela contém.

Exemplo: $\left(p \rightarrow (q \vee r)\right)$

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Exemplo: $(p \rightarrow (q \vee r))$

p	q	r	$(q \vee r)$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	F

Exemplo: $\left(p \rightarrow (q \vee r)\right)$

p	q	r	$(q \vee r)$	$p \rightarrow (q \vee r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V
F	F	F	F	V

Exemplo: $(p \rightarrow (q \lor r))$ SEGUNDO MÉTODO

$(p$	$\rightarrow$	$(q$	$\lor$	$r))$
V		V		V
V		V		F
V		F		V
V		F		F
F		V		V
F		V		F
F		F		V
F		F		F

Exemplo: $(p \rightarrow (q \ \vee r))$ SEGUNDO MÉTODO

$(p$	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$r))$
V		V	V	V
V		V	V	F
V		F	V	V
V		F	F	F
F		V	V	V
F		V	V	F
F		F	V	V
F		F	F	F

Exemplo: $(p \rightarrow (q \vee r))$ SEGUNDO MÉTODO

$(p$	$\rightarrow$	$(q$	$\vee$	$r))$
V	**V**	V	V	V
V	**V**	V	V	F
V	**V**	F	V	V
V	**F**	F	F	F
F	**V**	V	V	V
F	**V**	V	V	F
F	**V**	F	V	V
F	**V**	F	F	F

Observações finais

- No nosso exemplo anterior, a fórmula nos dará uma função de 3 variáveis, já que ela possui 3 variáveis proposicionais. A tabela possuirá 8 linhas.
- No caso geral, para uma fórmula com n variáveis proposicionais, a função verdade associada será uma função de n variáveis e tabela verdade terá 2^n linhas.
- Note ainda que, se uma tabela possui 2^n linhas, existem 2^{2^n} maneiras de se arranjar os valores V e F na última coluna dessa tabela.
- Mas é claro que existem infinitas fórmulas com 3 variáveis proposicionais, logo, existirão várias fórmulas que correspondem à mesma função verdade.

02 *Lógica proposicional: Tabela verdade*■

numeroimaginario.com.br
vinicius@numeroimaginario.com.br